

Cvičení z matematické analýzy I

Matěj Novotný

20.10.2011

Úlohy na cvičení

G1 Spočtěte následující limity dle definice.

$$a) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \quad b) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{7}{\sqrt{n}} \quad c) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{n+5} \quad d) \lim_{n \rightarrow \infty} q^n, \quad |q| < 1 \quad e) \lim_{n \rightarrow \infty} \sin\left(\frac{\pi n}{6n+3}\right).$$

G2 Spočtěte limity. Využijte přitom větu o aritmetice limit a větu od dvou strážníků.

Použijte dále výsledky z úlohy **G1**.

$$a) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1+n}{4n-13} \quad b) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3+n}{n^2+10n+2} \quad c) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\pi n^2+3n+\sqrt{n}}{(n-2)^3-n^3} \quad d) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{2^n}$$

$$e) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^n}{n!} \quad f) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n!}{5n^n} \quad g) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{6+n^{31}+2^{n+2}}{7n!+n^{18}} \quad h) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n-5^n-n!}{3n^n}$$

$$i) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1+a+a^2+\dots+a^n}{1+b+b^2+\dots+b^n} \quad |a| < 1, |b| < 1 \quad j) \leftarrow \text{pro } a, b \in \mathbb{R}, 1 < |a| < |b|$$

$$k) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+13)^{50} - (n-2)^{50}}{3^{50}(n+1)^{50} - (3n+1)^{50}}$$

Úlohy na doma

H1 Spočtěte přímo z definice.

$$a) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1+n}{1-n} \quad b) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2}{\log n}$$

H2 Za využití věty o aritmetice limit spočtěte následující limity. Z již dokázaných limit využívejte pouze $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} = 0$ a limitu konstantní posloupnosti. Výpočet proveďte naprosto důsledně.

$$a) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n^2+n+2}{(n-1)^3-n^3} \quad b) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2-n+1}{(n+4)(n-6)}$$

H3 Spočtěte a odůvodněte svůj výpočet všude, kde používáte nějakou větu či odhad.

$$a) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1+2+3+\dots+n+\dots+n^2}{(2n+3)^4} \quad b) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+4^n}{8^n+3} \quad c) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2n)!}{(2n)^n+n^{3n}}$$